Pós-Graduação em Ciência da Computação — DCC/ICEx/UFMG
Teoria de Linguagens — $2^{\underline{o}}$ semestre de 2015
Professor: Newton José Vieira
Primeira Prova/Solução do professor — 15/9/2015

1. Expresse as linguagens a seguir utilizando operações sobre *conjuntos finitos* de palavras. Só podem ser usadas as operações: concatenação, união e fecho de Kleene.

   a) $\{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid w \text{ contém no máximo dois } \mathtt{b}\text{s}\}$.

   b) $\{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid \text{ a subpalavra } \mathtt{ab} \text{ ocorre um número par de vezes em } w\}$.

   Solução:

   a) $\{\mathtt{a}\}^*\{\lambda, \mathtt{b}\}\{\mathtt{a}\}^*\{\lambda, \mathtt{b}\}\{\mathtt{a}\}^*$.

   b) $(\{\mathtt{b}\}^*\{\mathtt{a}\}^*\{\mathtt{ab}\}\{\mathtt{b}\}^*\{\mathtt{a}\}^*\{\mathtt{ab}\})^*\{\mathtt{b}\}^*\{\mathtt{a}\}^*$.

2. Construa gramáticas para as linguagens da questão 1.

   Solução:

   a) $P \rightarrow ABABA$
   $A \rightarrow \mathtt{a}A \mid \lambda$
   $B \rightarrow \lambda \mid \mathtt{b}$

   b) $P \rightarrow BA\mathtt{ab}BA\mathtt{ab}P \mid BA$
   $A \rightarrow \mathtt{a}A \mid \lambda$
   $B \rightarrow \mathtt{b}B \mid \lambda$

3. Explique porque os problemas a seguir são decidíveis:

   a) Dado um AFN, determinar se ele reconhece uma linguagem finita.

   b) Dados 3 AFDs M_1, M_2 e M_3, determinar se $L(M_1) - L(M_2) = L(M_3)$.

   Solução:

   a) Dado um AFN M, determina-se um AFD M' equivalente; em seguida, minimizando-se M', obtém-se um AFD M''. $L(M)$ é finita sse o diagrama de estados de M'', escluído um eventual estado de erro, não contém ciclo (todo caminho simples iniciado no estado inicial é aberto).

   b) De M_1 e M_2 obtém-se o produto M_p; este, com estados finais sendo os pares (e_1, e_2) tais que e_1 é estado final de M_1 e e_2 é estado não final de M_2, reconhece $L(M_1) - L(M_2)$. Seja M_p' um AFD mínimo equivalente a Mp e M_3' um AFD mínimo equivalente a M_3. Então $L(M_1) - L(M_2) = L(M_3)$ sse os diagramas de estado de M_p' e de M_3' são isomorfos (ou seja, são idênticos a menos dos nomes dos estados).

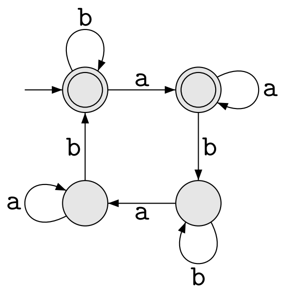
4. Construa AFDs que reconheçam:

   a) $\{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid \text{ a subpalavra } \mathtt{ab} \text{ ocorre um número par de vezes em } w\}$.

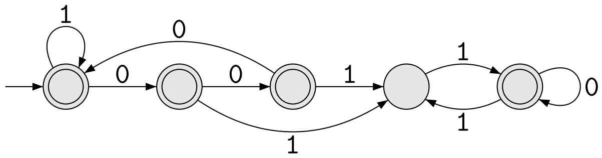
   b) $\{\mathtt{000}, \mathtt{1}\}^*\{\mathtt{0}, \mathtt{11}\}^*$.

   Solução:

a)



b)



5. Para cada linguagem a seguir, mostre que ela é regular ou que não é:

   a) $\{x\mathtt{a}x \,|\, x \in \{\mathtt{b}, \mathtt{c}\}^*\}$.

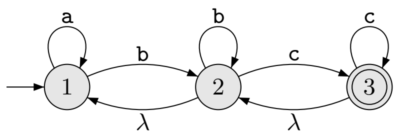
   b) $\{x \,|\, ax \in L\}$, caso L seja uma linguagem regular. Aqui a é um símbolo do alfabeto de L.

   Solução:

   a) Sejam L a linguagem em questão e $R = \{\mathtt{b}\}^*$. Sejam $\mathtt{b}^i$ e $\mathtt{b}^j$, $i \neq j$, duas palavras arbitrárias de R. Tem-se que $\mathtt{b}^i\mathtt{ab}^i \in L$ e $\mathtt{b}^j\mathtt{ab}^i \notin L$. Pelo teorema da invariância à direita, L não é regular.

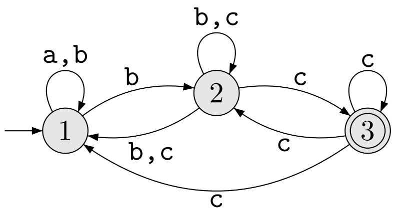
   b) Se $(E, \Sigma, \delta, i, F)$ é um AFD que reconhece L, então $(E, \Sigma, \delta, \delta(i, a), F)$ é um AFD que reconhece $\{x \,|\, ax \in L\}$. Logo esta linguagem é regular.

6. Obtenha um AFN equivalente a:



usando o método de obtenção de AFN a partir de AFNλ visto em aula (ou no livro-texto). Explicite o cálculo de $\delta'(e, s)$ para cada par $(e, s) \in \{1, 2, 3\} \times \{\mathtt{a}, \mathtt{b}, \mathtt{c}\}$ tal que $|\delta'(e, s)| > 1$.

Solução:



$\delta'(1, \mathtt{b}) = f\lambda(\delta(1, \mathtt{b})) = f\lambda(\{2\}) = \{1, 2\}$,
$\delta'(2, \mathtt{b}) = f\lambda(\delta(2, \mathtt{b})) = f\lambda(\{2\}) = \{1, 2\}$,
$\delta'(2, \mathtt{c}) = f\lambda(\delta(2, \mathtt{c})) = f\lambda(\{3\}) = \{1, 2, 3\}$,
$\delta'(3, \mathtt{c}) = f\lambda(\delta(3, \mathtt{c})) = f\lambda(\{3\}) = \{1, 2, 3\}$.