Pós-Graduação em Ciência da Computação	DCC/ICEx/UFMG
Teoria de Linguagens	2º semestre de 1997
Professor: Newton José Vieira	
Trabalho Especial	12/01/98

Observações:

- **O trabalho é individual.**
- A interpretação de cada questão faz parte do trabalho. Caso alguma questão esteja ambígua ou incorreta, ou caso falte elemento(s) importante(s) para o seu entendimento, faça as suposições e/ou correções que achar convenientes **e explicite-as**.
- Na correção de cada questão será analisado se a mesma foi respondida com **rigor**, **clareza** e **objetividade**. O aluno perderá pontos nas seguintes situações, por exemplo, *mesmo se sua resposta estiver correta*:
  - usa frases incoerentes, ou sem sentido, ou incorretas, ou que nada tenham a ver com o que foi perguntado;
  - apresenta uma solução sem apresentar a(s) idéia(s) subjacente(s), dificultando a correção;
  - apresenta uma solução conceitualmente deselegante;
  - é prolixo, escrevendo coisas desnecessárias ao entendimento da solução.

  Dependendo do "grau" de tais impropriedades, o aluno pode até perder todos os pontos relativos à questão.
- Devolução: até as 11 horas do dia 14/01/98, na sala 4023, ou em meu escaninho na Recepção do DCC, ou via *mail*.

---

1. (a) Existia um hotel abstrato (não confundir com fictício), chamado Hotel Hilbert, com um conjunto *infinito enumerável*[1] de quartos. Certa vez, por ocasião de um concorrido congresso de Computação, o hotel ficou lotado. Mas, então, chegou ao hotel um congressista famoso que não poderia deixar de ser hospedado. O gerente ficou sem saber como resolver o problema, já que todos os quartos estavam ocupados. Seu filho mais novo, chamado Cantor, se dispôs a ajudá-lo a resolver o problema, e encontrou uma solução para hospedar o digníssimo hóspede. Que solução ele teria encontrado?

[1] *countably infinite*, em inglês

(b) Mas, logo em seguida, chegou à cidade um ônibus (também abstrato) com um conjunto infinito enumerável de hóspedes. Como todos os hotéis estavam lotados, e sabendo do que ocorrera no Hotel Hilbert, o ônibus dirigiu-se para o hotel, na esperança de que seus passageiros pudessem também ser hospedados lá. E agora, como o gerente do hotel Hilbert poderia resolver mais esse problema? Mais uma vez, seu inteligentíssimo filho encontrou uma solução. Qual foi ela?

(c) Mas, em seguida, a situação complicou-se ainda mais: o congresso estava excelente e, assim, cada um dos hóspedes do hotel telefonou para um conjunto enumerável infinito de amigos, convidando-os para os últimos dias do congresso. E todos vieram e queriam hospedar-se no Hotel Hilbert! E agora, como o gerente poderia solucionar esta situação e hospedar todos? Mais uma vez, seu filho conseguiu uma solução para o problema. O que voce sugeriria?

2. Seja a linguagem $R = \{w \in \{a,b\}^* \mid |w|$ é ímpar, $|w|$ é maior que 5 e w contém exatamente um $a\}$.

   (a) Construa uma expressão regular que denote R.

   (b) Construa uma gramática regular que gere R.

3. Seja a linguagem $S = \{w \in \{0,1\}^* \mid$ o número representado por w em binário é divisível por $6\}$.

   (a) Construa um autômato finito determinístico que aceite S.

   (b) Minimize o autômato construído.

4. Um conjunto $S \subseteq \mathbf{N}$ é uma progressão aritmética, se existem dois números naturais, n e r, tais que $S = \{n, n+r, n+2r, \ldots\}$. Seja $L \subseteq \{a\}^*$, e seja $N = \{|w| \mid w \in L\}$.

   (a) Mostre que se N é uma progressão aritmética, L é uma linguagem regular.

   (b) Mostre que se L é uma linguagem regular, N é a união de um número finito de progressões aritméticas.

5. Seja a linguagem $L = \{a^n b^m c^{2n+m} \mid n, m > 0\}$.

   (a) Construa uma gramática G que gere L.

   (b) Prove que G gera L.

6. Prove que a linguagem $\{a^i b^{i^2} \mid i \geq 0\}$ é livre de contexto ou que não é.

7. Seja a linguagem $L = \{a^i b^j c^k \mid 0 < i \leq j \leq k\}$.

   (a) L não é livre do contexto. É possível provar isto usando o *pumping lemma*? Caso seja, prove. Caso não seja, explique porque não é.

   (b) Construa uma gramática sensível ao contexto que gere L.

8. Mostre que a classe das linguagens recursivamente enumeráveis é fechada sob concatenação e sob fecho de Kleene. (Observe que aquele procedimento simples usado para linguagens livres do contexto, via uso de gramáticas livres do contexto não funciona aqui, pelo menos não sem modificações.)

9. Mostre que qualquer gramática irrestrita é equivalente a alguma outra em que o lado esquerdo de cada regra é um *string* de uma ou mais variáveis.

10. Prove que existe, ou não, algoritmos para determinar se:

    (a) duas expressões regulares arbitrárias denotam a mesma linguagem.

    (b) $L(G)$ é finita, para uma gramática livre do contexto arbitrária G.

    (c) $L(G_1) \subseteq L(G_2)$, para duas gramáticas livres do contexto arbitrárias G_1 e G_2.

    (d) uma máquina de Turing arbitrária M pára, quando recebe como entrada sua própria representação, $R(M)$.

    (e) $L(M)$ é uma linguagem regular, para uma máquina de Turing arbitrária M.