

**Universidade Federal de Minas Gerais**  
**Programa de Pós-graduação em Ciência da Computação**  
**Instituto de Ciências Exatas**  
**Departamento de Ciência da Computação**

Comissão Permanente de Qualificação 1<sup>o</sup> Estágio – Curso de Doutorado

Exame de Qualificação 1<sup>o</sup> Estágio

Área: Teoria

Em 13/08/2008, 9:15 horas.

Prova individual sem consulta com duração de 3 horas

Observações:

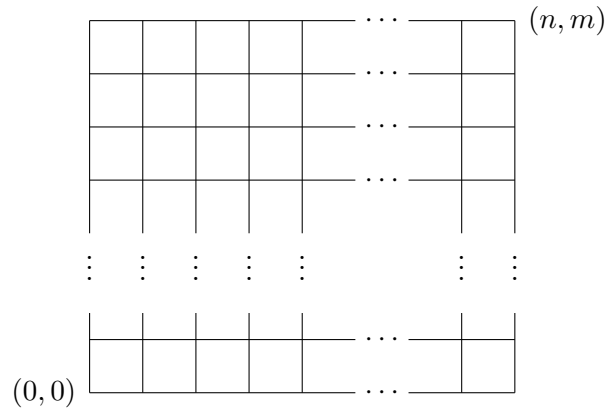
1. A prova deve ser resolvida nas folhas distribuídas juntamente com este caderno de questões e rubricadas por um aplicador.
2. A interpretação das questões faz parte da prova. Não será permitida nenhuma pergunta durante a realização desta prova.
3. Caso você ache que falta algum detalhe nos enunciados ou nos esclarecimentos, você deverá fazer as suposições que achar necessárias e escrever essas suposições juntamente com as respostas.
4. Não se esqueça de colocar seu nome em todas as folhas de resposta.

Desejamos que faça uma boa prova!

A COPEQ

Atenção: Escolha 4 dentre as questões 1 a 5, e outras 4 dentre as restantes.

1. Quantos caminhos distintos existem entre os pontos  $(0,0)$  e  $(n,m)$ , na figura a seguir, dada a restrição que, em qualquer momento, é possível apenas andar para a direita ou para cima?



2. Determine se a relação  $R$  no conjunto de todas as páginas Web é reflexiva, simétrica, anti-simétrica e transitiva, onde  $(x,y) \in R$ , sse:
- (a) Todas as pessoas que visitam a página Web  $x$  também visitam a página Web  $y$ .
  - (b) Não existem *links* em comum na página Web  $x$  e na página Web  $y$ .
  - (c) Existe pelo menos um *link* em comum na página Web  $x$  e na página Web  $y$ .
  - (d) Existe uma página Web que inclui *links* para a página Web  $x$  e página Web  $y$ .
3. Seja a linguagem  $L = \{x \in \{0,1\}^* \mid x = x^R\}$ , em que  $x^R$  é o reverso de  $x$  (isto é, se  $x = a_1a_2 \dots a_n$ , então  $x^R = a_na_{n-1} \dots a_1$ ). Mostre que:
- (a)  $L$  não é regular.
  - (b)  $L$  é livre do contexto.
4. Apresente uma definição de autômato de pilha (*pushdown automaton*). Mostre como construir um autômato de pilha que reconheça a linguagem gerada por uma gramática livre do contexto.
5. Sejam os problemas de, dado um procedimento  $P$ , com um único parâmetro (do tipo *string*), em sua linguagem de programação favorita, determinar se:
- (a)  $P$  pode escrever “OLA”, se executado (para algum argumento).
  - (b)  $P$  escreve “OLA”, se executado para o argumento “OLA”.
  - (c) O texto de  $P$  tem menos de 1000 caracteres e escreve “OLA”, se executado para o argumento “OLA”.

Para cada um desses problemas, dizer se ele é ou não decidível, justificando sua resposta.

6. Um algoritmo não determinístico pode ter várias *computações possíveis* para a mesma entrada, sendo que cada uma delas pode consumir um tempo diferente do consumido pelas outras. Como isso é levado em conta quando se determina a complexidade de um algoritmo não determinístico? Apresente um exemplo.

7. Suponha que você deseja ordenar  $n$  números, sendo que cada um deles é 0 ou 1. Descreva um algoritmo que seja assintoticamente ótimo e apresente sua complexidade.
8. Apresente o comportamento assintótico mais firme das seguintes equações de recorrência:
  - (a)  $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + O(\log n)$
  - (b)  $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + n \log^2 n$
9. Considere um grafo direcionado  $D = (V, A)$  no qual a cada arco  $a \in A$  é associada uma capacidade  $c_a \geq 0$ . A capacidade de um caminho simples  $P$  que conecta o vértice inicial  $s$  ao vértice destino  $t$  corresponde à mínima capacidade de um arco em  $P$ . Elabore um algoritmo que determine a Capacidade do Caminho de Máxima Capacidade entre um vértice origem  $s$  e todos os demais vértices do grafo.
10. Considere um grafo direcionado  $D = (V, A)$ . Ao percorrer um arco  $[i, j] \in A$  uma certa quantidade inteira positiva  $r_{[i,j]}$  de um recurso é consumida e paga-se o custo  $c_{[i,j]}$ . Construa um algoritmo que determine um caminho simples de mínimo custo que conecta o vértice de origem  $s$  ao vértice destino  $t$ , empregando  $Q$  ou menos unidades do recurso, sendo  $Q$  um número inteiro positivo.