

# Coloração módulo k

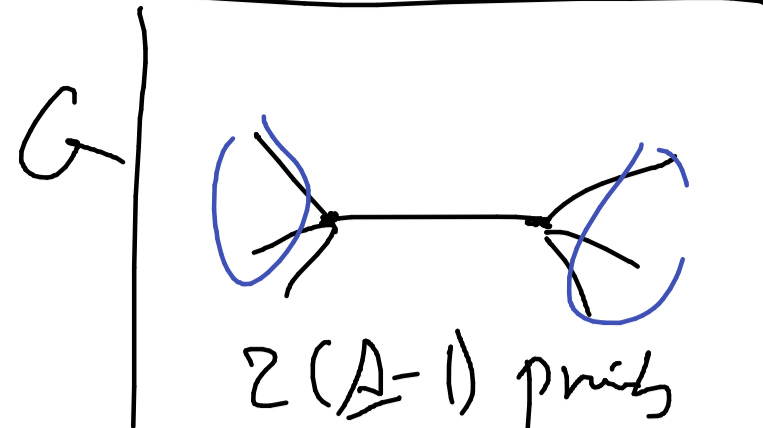
Coloração própria:

Teorema (Vizing):

$$\Delta(G) \leq \chi(G) \leq \Delta(G) + 1$$

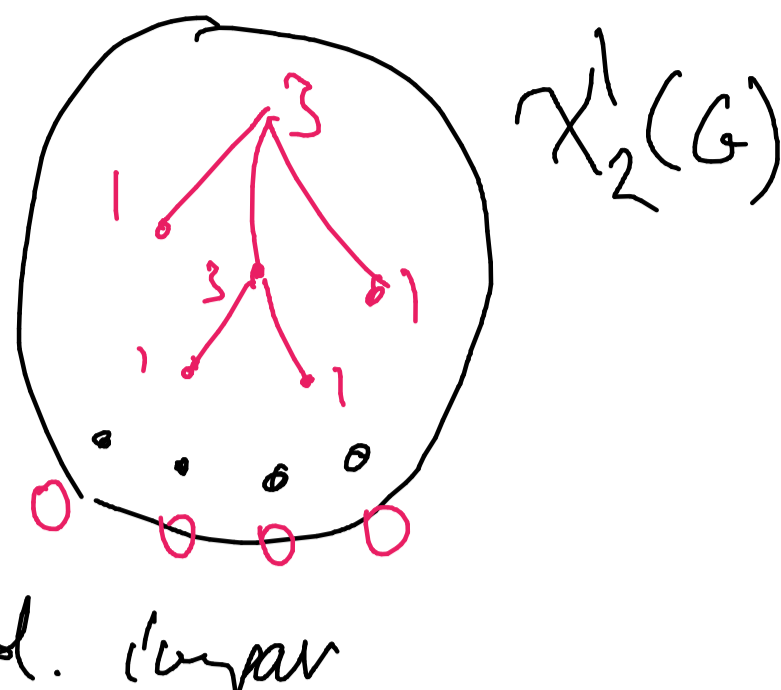
$$(\leq 2\Delta - 1)$$

$\forall v \in V$



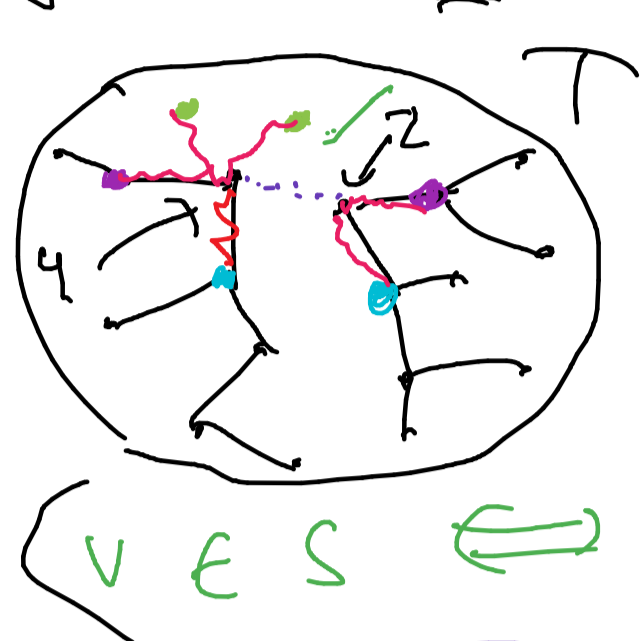
Pyber '91:

$$\chi_2(G) \leq \chi(G)$$



Teorema (Pyber '91):  $\chi_2(G) \leq 4 \quad \forall G$ .

Prova 1:



$S \subseteq V(G), |S|$  par

$S = \{u_1, v_1, u_2, v_2, \dots, u_t, v_t\}$

$T \subseteq T$

$\neq$  árvore

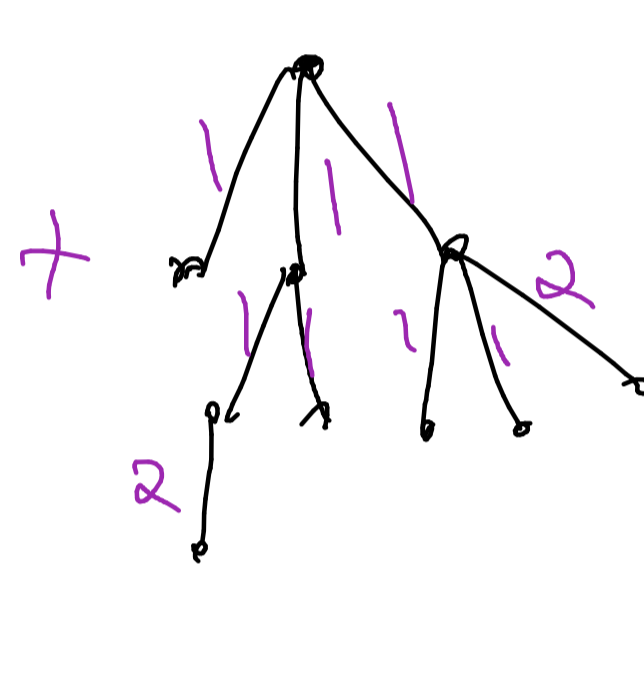
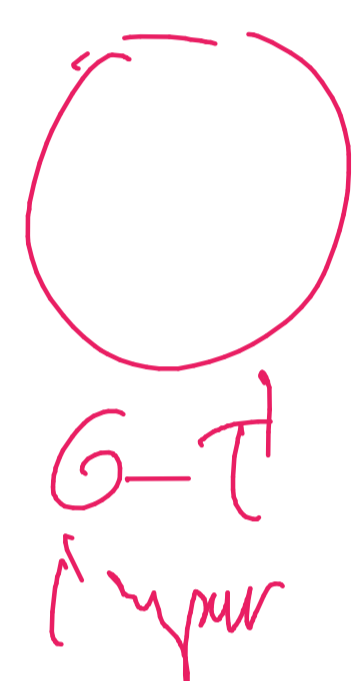
$\chi_2(G) \leq 4$ :  $\Rightarrow |V(G)|$  par: há uma quantidade par de vértices de grau par em  $S$ .

$S$  join como acima.

$G - T$  tem todos os graus ímpares

Seja  $T$  uma árvore de  $G$

$\rightarrow 1 = 4$



$\chi_2(G) \leq 3$

Se  $|V(G)|$  ímpar

Suficiente que  $|V(G)|$  ímpar:

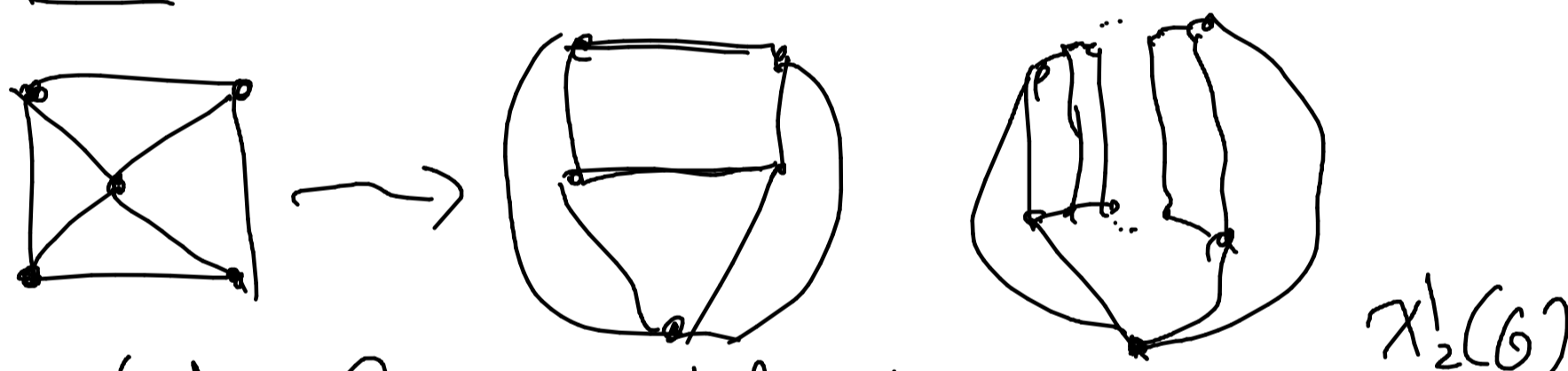


i) Se  $d(v)$  ímpar,  $\chi_2(G-v) = 3$ , pinta as arestas de  $v$  com 1 cor.

ii) Se  $d(v)$  par...

$$\chi_2(G) \leq 4$$

Obs.: 4 é o melhor possível:



Por outro lado, para que todo grafo com  $|V(G)| \equiv 2 \pmod{4}$  tenha  $\chi_2(G) \leq 3$ .

Obs.:  $\chi_2(G) \leq 4 \quad \forall$  mult.  $G$  com  $|V(G)| \equiv 2 \pmod{4}$

Prova 2:  $\chi_2(G) \leq 5$

Seja  $H \subseteq G$  maximal ímpar



i) Klarutz:  $2 + 1 + 2 = 5$

ii)  $G-H$  é 2-deg.



Se  $G$  é 2-degenerado, então  $\chi_2(G) \leq 10$

